Geometría para entender la Naturaleza

Ángel Ferrández Izquierdo

Las configuraciones helicoidales son muy abundantes en la Naturaleza. Aparecen tanto en sistemas microscópicos (biomoléculas, fibras bacterianas, cadenas de proteínas, en particular ADN, etc.) como en fenómenos macroscópicos (cuerdas, plantas trepadoras, resortes en espiral, cuernos de cabras montesas, vórtices, etc.). En particular, son muy importantes y omnipresentes en Biología como consecuencia de un muy conocido resultado de Linus Pauling, que dice lo siguiente: *objetos idénticos, regularmente ensamblados, forman una hélice*. Se han propuesto varios modelos matemáticos para describir las hélices y el plegamiento de proteínas, incluidos los modelos reticulares, de mecánica estadística y simulaciones de dinámica molecular.

En general, y por simplicidad, en la literatura matemática las estructuras helicoidales se suelen identificar con la idea más simple de hélice circular, es decir, una hélice arrollada sobre un cilindro circular recto. Sin embargo, eso dista mucho del mundo real. Nadie puede creer que las ardillas que se persiguen entre sí alrededor de un tronco de árbol sigan un camino de hélice circular. No solo porque la sección transversal del tronco no es circular, sino también porque el eje del tronco no es exactamente una línea recta. Como otro ejemplo encontramos muchos tipos de bacterias, como ciertas cepas de Escherichia coli o Salmonella typhimorium, que se desplazan mediante filamentos flagelares rotativos. Estos son polímeros lo suficientemente flexibles para adoptar diferentes formas helicoidales, que están muy lejos de ser hélices circulares.

Por lo tanto, nos preguntaremos ¿qué tipo de hélices nos encontramos en la Naturaleza? Para responder a esta pregunta recordaremos el principio de mínima acción del barón de Maupertuis: *cualquier cambio en la naturaleza se produce empleando la mínima energía*. Es sin duda uno de los pilares fundamentales de la ciencia moderna, por lo que las formas en la naturaleza deben ser estables y minimizar una acción adecuada. A menudo resulta complicado elegir tal acción, siendo un ejemplo típico para ilustrar esta afirmación la proporcionada por la teoría de cuerdas. Por otro lado, la elección de la acción no es arbitraria, sino que implica algunos requisitos. El primero, y obvio, es que debe ser invariante por traslaciones y giros. Ya que estamos interesados en curvas, la acción también debe ser invariante frente a cambios de parámetro.

En consecuencia, los funcionales de energía admisibles deben ser funciones de los tres siguientes invariantes geométricos: longitud, curvatura y torsión. Ya se conocía un modelo para describir cadenas de proteínas que se rige por una acción de energía cuya densidad no depende de la torsión y es lineal en la curvatura, pero sus extremos son hélices circulares. Nuestro modelo, introduciendo la torsión, nos conduce a hélices de Lancret, las más generales, y posiblemente, las que aparecen en el modelo de ADN.